

Réponses des travaux de vacances sur les équations de droites

1)

- a) $AB \equiv y = x + 5$
- b) (2,7)
- c) (-10,-5)
- d) non
- e) inters avec OX : (-5,0) inters avec OY : (0,5)
- f) $d_1 \equiv y = -7/8 x + 6$
- g) $d_2 \equiv y = 8/7 x + 16/7$
- h) $OA \equiv y = -4x$
- i) $\begin{cases} x = -1 + 3k \\ y = 4 + 5k \end{cases} \quad a = 5/3 \text{ et } \alpha = 59^\circ$
- j) $d \equiv y = -1/2 x + 1/2$
- k) $a = -1/2 \text{ et } \alpha = -27^\circ$
- l) $d_3 \equiv y = 2,7 x - 21,9$
- m) $y = 4$
- n) $x = -3$
- o) $d \equiv y = 3x + 7$
- p) M (-2,3) $m \equiv y = 3/2 x + 6$
- q) $a_{BC} = 4/3 \quad h \equiv y = -3/4 x + 13/4$
- r)

$$AB = \sqrt{(-3+1)^2 + (2-4)^2} = 2\sqrt{2}$$

$$AC = \sqrt{(0+1)^2 + (6-4)^2} = \sqrt{5}$$

$$BC = \sqrt{(0+3)^2 + (6-2)^2} = 5$$

$$5 = 8 + 25 - 2 \cdot 2\sqrt{2} \cdot 5 \cos B \quad d'où \quad B = 8^\circ$$

2) $OX \cap d_2 : (4,0) \quad d \equiv y = 5x - 20$

3) $d_2 \cap d_3 : (-11,-14) \quad d \equiv y = x - 3$

Réponses des travaux de vacances sur les angles associés

1) α et β sont

a) complémentaires

$$\operatorname{tg}(-\alpha) = -\operatorname{tg}\alpha$$

b) opposés ou supplémentaires car $\operatorname{tg}(\pi + \beta) = \operatorname{tg}\beta$

d'où α et β ont des tg opposées

$$\sin(\pi + \alpha) = -\sin \alpha$$

c) supplémentaires car $-\sin(\pi - \beta) = -\sin \beta$

d'où α et β ont des sin égaux

$$\cot g(4\pi + \alpha) = \cot g\alpha$$

- d) opposés ou supplémentaires car $-\cot g \operatorname{tg}(\beta - 3\pi) = -\cot g\beta$
d'où α et β ont des $\cot g$ opposés

$$\cos(\pi - \alpha) = -\cos\alpha$$

- e) égaux car $-\cos(-\beta) = -\cos\beta$
d'où α et β ont des \cos égaux

$$\sin(5\pi - \alpha) = \sin(\pi - \alpha) = \sin\alpha$$

- f) opposés ou antisupplémentaires car $-\cos(5\pi/2 - \beta) = -\cos(\pi/2 - \beta) = -\sin\beta$
d'où α et β ont des \sin opposés

2) voir à la fin du document

3)

a) = - car $\sin(\alpha + \pi) = -\sin\alpha$
 $\cos(\pi/2 - \alpha) = \sin\alpha$

b) = - car $\operatorname{tg}(-\alpha + 25\pi) = \operatorname{tg}(-\alpha) = -\operatorname{tg}\alpha$

c) = - car $\cos(2\pi - \alpha) = \cos(-\alpha) = \cos\alpha$
 $\cos(\pi + \alpha) = -\cos\alpha$

4) $\frac{\cos\alpha(-\operatorname{tg}\alpha)\cos\alpha}{-\cot g\alpha(-\cos\alpha)} = -\cos\alpha \operatorname{tg}^2\alpha$

5)

$$\cos 300^\circ = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\sin(-2\pi/3) = \sin(4\pi/3) = -\sin(\pi/3) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\operatorname{tg}(5\pi/4) = \operatorname{tg}(\pi/4) = 1$$

$$\cot g 210^\circ = \cot g 30^\circ = \sqrt{3}$$

Réponses des travaux de vacances sur les inéquations

Toutes les inéquations se résolvent avec tableaux de signes

$$S = [0, 27]$$

$$S =]-\infty, -7/6[\cup]2/3, +\infty[$$

$$S = [-5, 9[$$

$$S =]-\infty, -4[\cup]4, +\infty[$$

$$S =]-\infty, 0[\cup]2, 3[$$

$$S =]-\infty, -7/2[$$

$$S =]-\infty, 5/6[\cup]1, +\infty[$$

$$S =]1/2, 15/16[\cup]3/2, +\infty[$$

$$S =]-1/2, 1/2[$$

Réponses des travaux de vacances sur les fonctions

(voir les graphiques en fin de document)

1)

Pas de C.E. $D = \mathbb{R}$

C.E. : $x \neq 4$ $D = \mathbb{R} \setminus \{4\}$

C.E. : $x \neq \pm 4$ $D = \mathbb{R} \setminus \{-4, 4\}$

C.E. : $x^2 + x + 10 \neq 0$ pas de racine $D = \mathbb{R}$

C.E. : $x^2 - 5x + 6 = 0$ $D = \mathbb{R} \setminus \{2, 3\}$

C.E. : $x^3 + 9x \neq 0$

$x(x^2 + 9) \neq 0$

$x \neq 0$ et $x^2 + 9$: pas de racine $D = \mathbb{R}_0$

C.E. : $5 - 6x \geq 0$

$x \leq 5/6$ $D =]-\infty, 5/6]$

C.E. : $\frac{2x-1}{3x} \geq 0$

tableau de signes (racines : $1/2$ et 0) $D =]-\infty, 0[\cup]1/2, +\infty[$

2 C.E. : 1) $2x - 1 \geq 0$ et 2) $3x > 0$

$x \geq 1/2$ $x > 0$

$D =]1/2, +\infty[$

C.E. : $9x^2 + 1 \geq 0$

tableau de signes (pas de racine d'où « + » partout) $D = \mathbb{R}$

C.E. : $16x^2 - 1 \geq 0$

tableau de signes (racines : $-1/4, 1/4$) $D =]-\infty, -1/4] \cup]1/4, +\infty[$

C.E. : $4x^2 - 9 > 0$

tableau de signes (racines : $-3/2 ; 3/2$) $D =]-\infty, -3/2[\cup]3/2, +\infty[$

Pas de C.E. car racine d'indice impair $D = \mathbb{R}$

Pas de C.E. car pas de dénom et pas de racine d'indice pair (rem : pas de C.E. sur les valeurs absolues) $D = \mathbb{R}$

2 C.E. : 1) $-4x \geq 0$ et 2) $3x^3 \neq 0$

$x \leq 0$ $x \neq 0$

$D =]-\infty, 0[$

2 C.E. : 1) $-8x + 5 \geq 0$ et 2) $x + 1 > 0$

$x \leq 5/8$ $x > -1/2$

$D =]-1/2, 5/8]$

3 C.E. : 1) $x + 2 \geq 0$ et 2) $x \neq 0$ et 3) $x - 5 > 0$

$x \geq -2$ $x > 5$

$D =]5, +\infty[$

C.E. : $\sin x \neq 0$

$x \neq k\pi$

$D = \mathbb{R} / \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$

$2x - \frac{\pi}{5} \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$

$2x \neq \frac{\pi}{5} + \frac{\pi}{2} + k\pi$

C.E. :

$x \neq \frac{7\pi}{20} + k\frac{\pi}{2}$

$D = \mathbb{R} / \{\frac{7\pi}{20} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\}$

2)

- a) $I =]-\infty, 1]$
croissant sur $] -\infty, 0[$ et décroissant sur $]0, +\infty[$
max (0,1)
concavité vers le bas
pas de P.I.
axe $\equiv x = 0$
- b) $I =]-\infty, +\infty[$
croissant sur $] -\infty, +\infty[$
pas d'extremum
concavité vers le bas sur $] -\infty, -1[$ et vers le haut sur $] -1, +\infty[$
P.I. (-1,-2)
pas d'axe de symétrie
- c) $I =]-\infty, 0]$
croissant sur $] -\infty, 0[$ et décroissant sur $]0, +\infty[$
max (0,0)
concavité vers le bas
pas de P.I.
axe $\equiv x = 0$
- d) $D = [-3, +\infty[$
 $I = [-1, +\infty[$
croissant sur $] -\infty, -3[$
pas d'extremum (rem : « point de départ » (-3,-1)
concavité vers le bas
pas de P.I.
pas d'axe de symétrie
- e) $D =]-\infty, 2]$
 $I = [0, +\infty[$
décroissant sur $] -\infty, 2[$
pas d'extremum (rem : « point d'arrivée » (-2,0)
concavité vers le bas
pas de P.I.
pas d'axe de symétrie
- f) $I = [0, +\infty[$
décroissant sur $] -\infty, -2[\cup]0, 2[$ et croissant sur $] -2, 0[\cup]2, +\infty[$
concavité vers le bas sur $] -2, 2[$ et vers le haut sur $] -\infty, -2[\cup]2, +\infty[$
axe $\equiv x = 0$
- g) $D = \mathbb{R} \setminus \{-3\}$ rem : discontinue en $x = -3$ et A.V. $\equiv x = -3$
 $I = \mathbb{R}_0$
décroissant sur \mathbb{R}_0
pas d'extremum
concavité vers le bas sur $] -\infty, -3[$ et vers le haut sur $] -3, +\infty[$
pas de P.I.

pas d'axe de symétrie

h) C.E. : $(x + 4)^2 \geq 0$ (condition toujours vraie) $D = \mathbb{R}$

$$\text{rem : } \sqrt{(x+4)^2} = |x+4|$$

$$I = [0, +\infty[$$

décroissant sur $]-\infty, -4[$ et croissant sur $]-4, +\infty[$

min $(-4, 0)$

pas de concavité (car union de 2 demi-droites)

pas de P.I.

$$\text{axe } \equiv x = -4$$

3) axe $\equiv x = -5/4$

sommet $(-5/4, -49/8)$

intersection avec OX : $(1/2, 0)$ et $(-3, 0)$

intersection avec OY : $(0, -3)$

Pour trouver l'intersection éventuelle entre P et d, il faut résoudre le système :

$$\begin{cases} y = 2x^2 + 5x - 3 \\ y = x - 3 \end{cases}$$

$$2x^2 + 5x - 3 = x - 3$$

$$2x^2 + 4x = 0$$

$$2x(x + 2) = 0$$

$$x = 0 \text{ ou } x = -2$$

$$P \cap d = \{(0, -3), (-2, -5)\}$$

4) $f(8) = 3$ et $f(-1) = 2$ d'où

$$\begin{cases} 3 = a \cdot 8 + b \\ 2 = a(-1) + b \end{cases}$$

$$1 = 9a$$

$$a = 1/9$$

$$b = 3 - 8(1/9) = 19/9$$

$$f(x) = 1/9 x + 19/9$$

5) rappel : paire ssi $f(-x) = f(x)$

impaire ssi $f(-x) = -f(x)$

ni paire, ni impaire ssi $f(-x) \neq \begin{cases} f(x) \\ -f(x) \end{cases}$

a) paire (le polynôme n'a que des termes de puissances paires)

b) impaire (le polynôme n'a que des termes de puissances impaires)

c) impaire car $\sin(-x) = -\sin x$ (angles associés)

d) paire car $\cos(-x) = \cos x$ (angles associés)

e) ni paire, ni impaire

f) impaire car $\frac{\text{paire}}{\text{impaire}} = \text{impaire}$

g) ni paire, ni impaire (rem : $D = [1/4, +\infty[$ d'où $f(-x)$ n'a pas de sens)

h) paire car $f(-x) = (\sin(-x))^2 = (-\sin x)^2 = (\sin x)^2 = f(x)$

i) paire car $\cos(-x) = \cos x$

j) paire (le polynôme n'a que des termes de puissances paires)

k) ni paire, ni impaire car $\sin x$ est impair et $\cos x$ est pair

l) impaire car $\frac{\text{paire}}{\text{impaire}} = \text{impaire}$

m) ni paire, ni impaire car le dénom. n'est déjà ni pair ni impair

n) paire car $\frac{\text{impaire}}{\text{impaire}} = \text{paire}$ (en effet : $f(-x) = \frac{\sin(-x)}{-x} = \frac{-\sin x}{-x} = \frac{\sin x}{x} = f(x)$)

o) ni pair, ni impair ($D = [0, +\infty[$ d'où $f(-x)$ n'a pas de sens)

p) paire (rem : $D = \mathbb{R}$)

6) concavité vers le haut sur $]1, +\infty[$

concavité vers le bas sur $]3, +\infty[$ (rem : $(3-x)^3 - 1$ s'écrit « $-(x-3)^3 - 1$ »)

$$7) \begin{cases} y = x^2 + 5x + 2 \\ y = 5x + 3 \end{cases}$$

$$x^2 + 5x + 2 = 5x + 3$$

$$x^2 - 1 = 0$$

$$x = -1 \text{ ou } x = 1$$

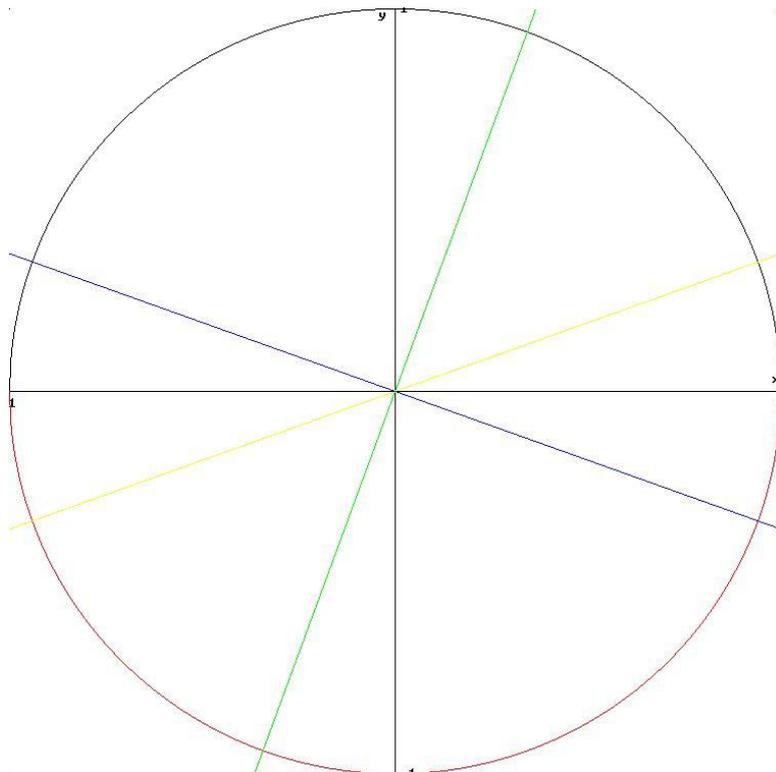
$$P \cap d = \{(-1, -2), (1, 8)\}$$

Exercice 2 sur les angles associés

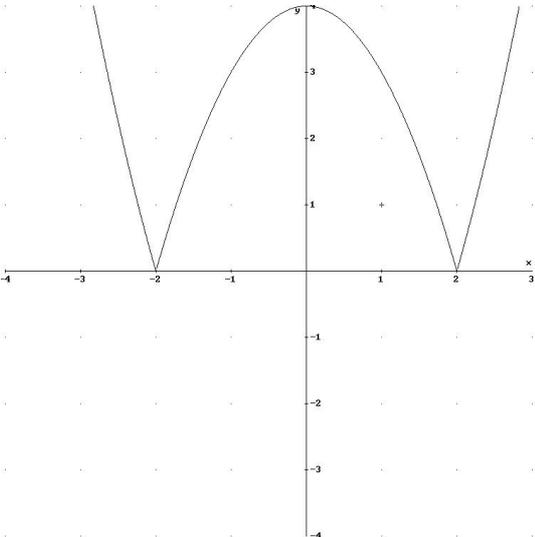
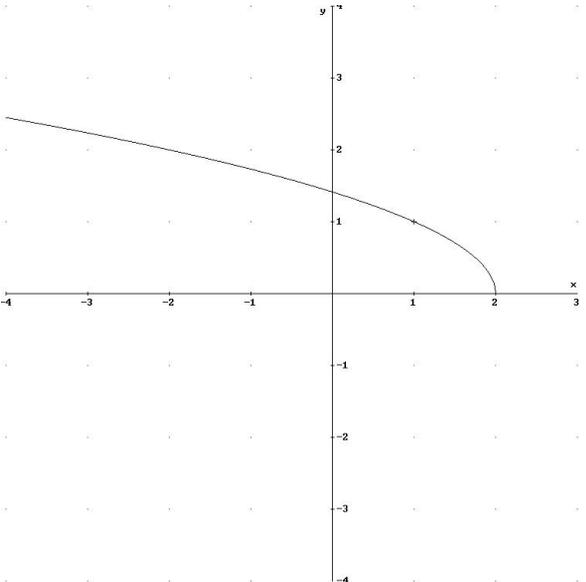
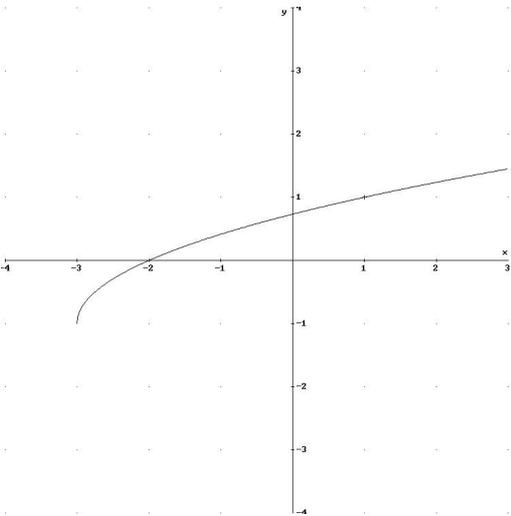
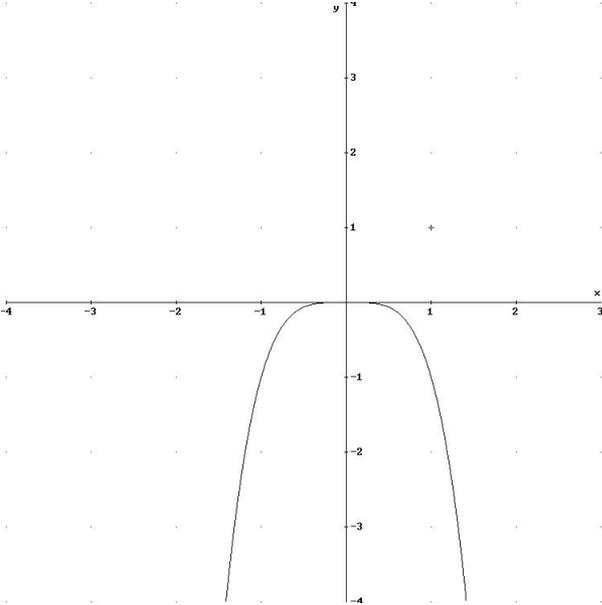
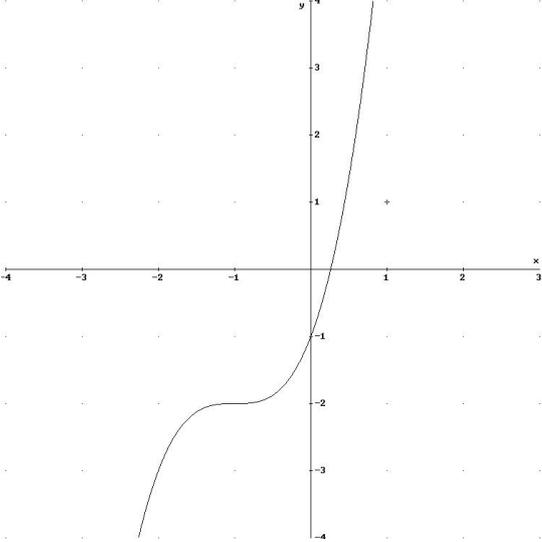
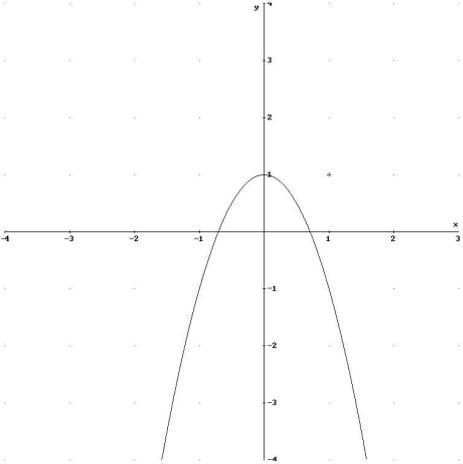
jaune : angle donné du 3^{ème} Q et son antisupplém dans le 1^{er} Q

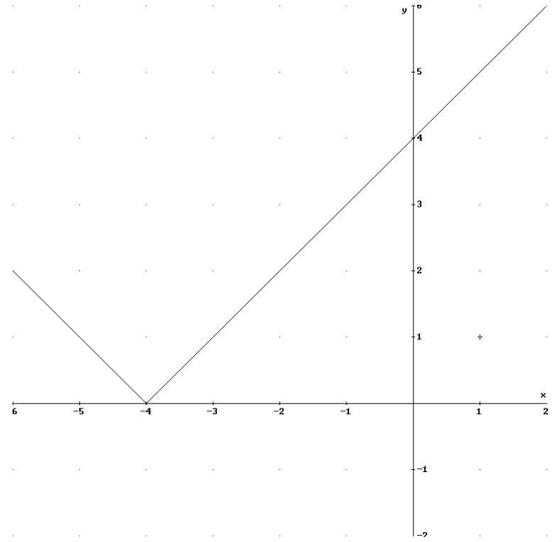
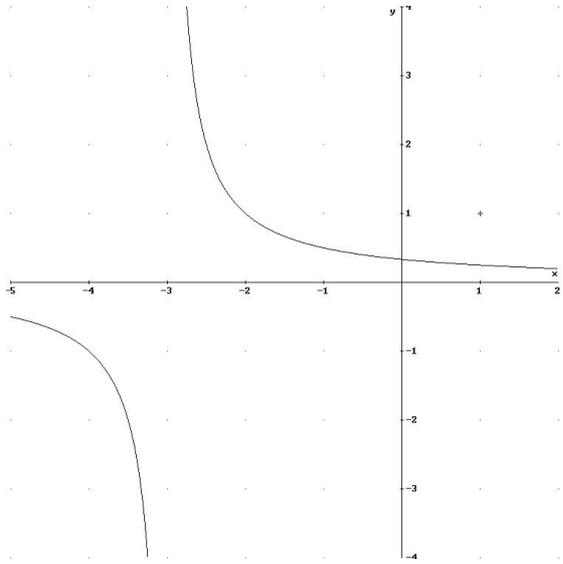
bleu : son opposé da,s le 2^{ème} Q et son supplémentaire dans le 4^{ème} Q

vert : son complémentaire dans le 3^{ème} Q (rem:ne pas considérer l'angle vert du 1^{er} Q)



Graphiques de l'énoncé N°2 sur les fonctions





Graphique de l'énoncé N°3 sur les fonctions

